Buscando con rectángulos

Contribución de Facundo Gutiérrez

Descripción del problema

El archifamoso matemático Húngaro John von Neumann (en húngaro Neumann János Lajos) está llevando a cabo su fiesta de cumpleaños. Le gusta particularmente proponer retos a sus invitados, y este problema trata de uno de ellos.

Von Neumann ha ubicado N huevos de chocolate sobre la mesa, que matemáticamente se pueden representar como puntos en el plano, numerados desde 1 hasta N inclusive. El i-ésimo huevo se ubica en las coordenadas (x_i, y_i), con x_i, y_i enteros para $1 \leq i \leq N$.

Exactamente uno de esos N huevos es *especial*: contiene un premio en su interior, a diferencia de los demás que están vacíos por dentro. Se desconoce cuál es el huevo especial, y tu tarea consiste en descubrirlo realizando pocas consultas.

Una consulta permitida consiste en:

1. Elegir un entero i, con $1 \leq i \leq N$
2. Elegir enteros positivos W, H, ambos menores o iguales a $2 \cdot 10^9$ = 2.000.000.000
3. Realizar la consulta y obtener una respuesta SI/NO
4. La respuesta a la consulta es afirmativa, si el punto especial está dentro (incluyendo el borde) de un rectángulo **centrado** en (x_i, y_i), con lados alineados a los ejes de coordenadas, con ancho W y alto H.
5. Es decir, si el punto especial es el punto número e (para cierto $1 \leq e \leq N$), se responde afirmativamente si y solo si ocurren las siguientes dos condiciones:
   a) $|x_i - x_e| \leq \frac{W}{2}$
   b) $|y_i - y_e| \leq \frac{H}{2}$

Descripción de la función

Se debe escribir una función `rectangulos(x,y)`, que reciba dos arreglos `x,y` de N enteros cada uno, con los valores x_i y y_i respectivamente, para $1 \leq i \leq N$.

La función debe retornar un único entero entre 1 y N: el número e correspondiente al punto especial.

En la implementación se puede llamar a una función `consulta(i, W, H)`, que retornará 1 si la respuesta a la consulta con los valores (i, W, H) es afirmativa, y 0 en caso contrario.

Evaluador local

El evaluador local lee de la entrada estándar con el siguiente formato:

- Una línea con dos enteros N, e
- N líneas más, la i-ésima de las cuales contiene dos enteros x_i, y_i

El evaluador local escribe en la salida estándar las sucesivas llamadas que se realicen a la función consulta, y finalmente un entero con el valor retornado por la llamada `rectangulos(x,y)`.

Restricciones

$1 \leq N \leq 5.000$

$0 \leq x_i, y_i \leq 10^9 = 1.000.000.000$

$(x_i, y_i) \neq (x_j, y_j)$ si $i \neq j$ (no hay dos huevos en el mismo punto)

Ejemplo

Si el evaluador local recibe la siguiente entrada:

```
4 2
0 0
0 10
10 0
10 10
```

Una posible salida (para alguna implementación de la función `rectangulos`) podría ser:

```
consulta(2, 100,1000) = 1
consulta(1, 1000,1000) = 1
consulta(4, 6,1000) = 0
consulta(4, 21,8) = 1
consulta(4, 20,1) = 1
consulta(4, 19,1) = 0
2
```

En esta ejecución de ejemplo, el programa descubre correctamente el índice $e = 2$ del punto especial.

Puntuación

En cada subtarea, si para algún caso de prueba el programa responde un valor incorrecto, realiza más de 5.000 llamadas a la función `consulta`, o realiza una llamada con parámetros fuera de rango, obtendrá 0 puntos.

De lo contrario, el puntaje de la subtarea será el valor en puntos de la misma, multiplicado por el mínimo puntaje entre los casos de prueba de la subtarea. El puntaje para un caso de prueba específico es un número real $0 \leq P \leq 1$, que depende de la cantidad Q de consultas realizadas:

- Si $100 < Q$: $\frac{1}{20} + \frac{3}{20} \cdot \frac{5000-Q}{4900}$ (0,05 a 0,20)
- Si $Q = 100$: 0,20
- Si $26 < Q < 100$: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\left(1+\left(\frac{q-26}{128}\right)\right)^2}$ (0,20 a 0,5)
- Si $Q = 26$: 0,50
- Si $16 < Q < 26$: $\frac{1}{2} + \frac{9}{20} \cdot \frac{26-Q}{10}$ (0,50 a 0,95)
- Si $Q = 16$: 0,95
- Si $Q \leq 15$: 1,00

Notar que el evaluador de este problema es adaptativo: el valor de e podría no estar prefijado, sino seleccionarse de acuerdo a las consultas que realice el programa. Las respuestas retornadas por la función `consulta` siempre serán consistentes con alguna elección válida del punto especial.

Subtareas

1. $y_i = 0$ para todo i (20 puntos)
2. Sin más restricción (80 puntos)