Jugando con Divisores

Contribución de Lautaro Lasorsa

Descripción del problema

Gastón y Agustín juegan un juego con números. Al comenzar, eligen un cierto número **entero positivo** N y lo escriben en el pizarrón.

Juegan por turnos, una vez cada uno. En cada turno, el jugador al que le toca en ese turno puede borrar el número del pizarrón y escribir en su lugar un nuevo número. ¡Pero las reglas del juego no permiten escribir cualquier cosa!

Específicamente, si al comenzar el turno en el pizarrón está escrito un cierto número x, solamente está permitido borrarlo y escribir en su lugar un **nuevo número entero** $\frac{x}{p}$, donde p es un **número primo**.

Por ejemplo, si en el pizarrón está escrito el número 12, se lo puede borrar y poner en su lugar $\frac{12}{2} = 6$, porque dividimos por 2, que es un número primo. También hubiera sido posible escribir al $\frac{12}{3} = 4$ como nuevo número luego de borrar al 12, porque dividimos por 3, que es un número primo. Estas son las únicas dos jugadas posibles cuando en el pizarrón está escrito el número 12.

El juego termina cuando en el pizarrón está escrito el número 1, ya que entonces no se puede hacer ninguna jugada.

Antes de iniciar el juego, además, Agustín y Gastón eligieron un número M, y a cada entero positivo x le asignan un puntaje $p_x = ((x^2)\,\%M)^2$ (donde el % es la operación resto, es decir, a%b es tomar el resto de la división entera entre a y b)

Si llamamos S a la suma de los puntajes asociados a todos los números que hubo en el pizarrón durante el juego (incluyendo al N y al 1), el objetivo de Agustín es minimizar S, y el de Gastón es maximizarlo.

Es decir, Agustín busca conseguir que la suma S sea lo más chica posible, y Gastón busca que la suma S sea lo más grande posible.

Por ejemplo, para $N = 12$ y $M = 9$, si al jugar recorren los números $12 \to 4 \to 2 \to 1$, la suma es $S = p_{12} + p_4 + p_2 + p_1 = ((12^2)\,\%9)^2 + ((4^2)\,\%9)^2 + ((2^2)\,\%9)^2 + ((1^2)\,\%9)^2 = 0 + 49 + 16 + 1 = 66$.

Debes escribir una función que, dado el número N que estaba escrito en el pizarrón al comenzar el juego, y el número M elegido antes de comenzar a jugar, retorne el valor de la suma S para el caso en que Agustín juega primero, y para el caso en que Gastón juega primero. Asumimos que ambos juegan siempre de forma óptima.

NOTA: Un número primo es un entero positivo p que tiene exactamente 2 divisores distintos, que son el 1 y el propio número p. El 1 no es primo.

Detalles de implementación

Debes implementar la función `divisores(N,M)`, siendo N y M dos enteros. La función debe retornar un `arreglo de enteros` con 2 valores: el primero es el valor de S si Agustín juega el primer turno del juego, y el segundo el valor de S si Gastón es quien empieza el juego.

Evaluador local

El evaluador lee dos enteros, N y M.

Luego llama a la función `divisores(N,M)` y devuelve en una línea el contenido del vector retornado por la función.

Restricciones

- $1 \leq N \leq 10^{14}$
- $1 \leq M \leq 10^7$

Ejemplos

Si el evaluador local recibe:

```
10 1
```

Una implementación correcta muestra:

```
0 0
```

En cambio, si recibe:

```
100 10
```

Devuelve:

```
51 26
```

Subtareas

1. $1 \leq N \leq 10$ (10 puntos)
2. $1 \leq N \leq 1.000$ (15 puntos)
3. $1 \leq N \leq 1.000.000$ (15 puntos)
4. $1 \leq N \leq 10^{10}$ (20 puntos)
5. $N = p^a \cdot q^b$, con p y q primos y a, b enteros positivos (10 puntos)
6. Sin más restricción (40 puntos)