

## Llamando lo justo

*Contribución de Facundo Gutiérrez*

### Descripción del problema

Una empresa telefónica desea llamar a sus clientes para ofrecerles promociones. Para eso posee un centro de atención telefónica propio. El acuerdo al que ha llegado la empresa con sus vendedores encargados de realizar las llamadas, es pagarles un monto fijo por cada llamada realizada, independientemente de si el cliente atiende o no.

Para fijar una estrategia de llamadas, la empresa desea elegir un cierto entero positivo  $K$ , e instruir a todos sus vendedores para que llamen hasta un máximo de  $K$  veces a cada cliente. Una vez que un cliente atiende una llamada, se le ofrecen las promociones y ya no se lo vuelve a llamar más. Si un cliente en cambio no atiende una llamada, será llamado nuevamente hasta alcanzar las  $K$  llamadas no atendidas, y entonces ya no se llamará más a ese cliente, que nunca recibirá la oferta de promociones.

La empresa conoce bien a sus clientes. Para cada uno de sus  $N$  clientes, conoce un número  $a_i$  que indica que el cliente  $i$ -ésimo atiende recién en la llamada número  $a_i$  que le hagan.

La empresa desea elegir el valor de  $K$  que maximice el cociente  $\frac{P}{I}$  luego de que se hagan las llamadas correspondientes a todos los clientes.  $p$  es la cantidad de llamadas que fueron atendidas, y por lo tanto, la cantidad de clientes a los cuales se les ofrecieron las promociones.  $I$  es la cantidad de llamadas realizadas en total, considerando tanto las que fueron atendidas como las que no.

Debes escribir una función que calcule este valor óptimo de  $K$ , dados los valores  $a_i$ .

### Descripción de la función

Debes implementar la función `llamadas(a)`, que recibe un único parámetro  $a$ : un arreglo de  $N$  enteros  $a_i$ , que indican para cada cliente el número de llamada en la que atiende. Si  $a_i = 1$  significa que el cliente atenderá la primera llamada que se le haga. Si  $a_i = 2$  significa que el cliente ignorará la primera llamada que se le haga, pero atenderá la segunda. Y así siguiendo.

La función debe determinar el valor  $K$ , que indique la cantidad de veces máxima que se debe llamar a los clientes para maximizar en total el cociente  $\frac{P}{I}$  antes explicado. Como podría existir más de un entero positivo  $K$  que alcancen el mismo valor  $\frac{P}{I}$ , se deben retornar todos ellos en un arreglo, ordenados de menor a mayor.

### Evaluador

El evaluador local lee de la entrada estándar con el siguiente formato:

- Primera línea: un entero  $N$
- Segunda línea: los enteros  $a_i$

El evaluador local escribe a la salida estándar la respuesta retornada por la función.

### Restricciones

- $1 \leq N \leq 200.000$
- $1 \leq a_i \leq 10^9$

**Ejemplo**

Si se invoca al evaluador con la siguiente entrada:

2
1 3

Para un programa correcto, la salida será:

1 3
-----

Si en cambio la entrada es:

4
1 2 2 2

Para un programa correcto, la salida será:

2
---

Y si en cambio fuera:

2
1 4

La salida sería

1
---

**Subtareas**

1. Todos los  $a_i$  son iguales entre sí (4 pts.)
2. Hay solo dos valores distintos de  $a_i$  (5 pts.)
3.  $a_i \leq 100$  para todo  $i$  (7 pts.)
4.  $N \leq 1000$  (19 puntos)
5. Habrá un único valor  $K$  en la respuesta (25 puntos)
6. Sin más restricción (40 puntos)