

Apuesta olímpica

Contribución de Agustín Santiago Gutiérrez

Descripción del problema

En la mitología griega, los dioses olímpicos tienen un temperamento sumamente variable, y viven entre juegos y aventuras en los que a menudo se divierten a costa de los mortales, cuyo bienestar en muchos casos no les interesa.

En este caso, nos interesa una apuesta entre dos de los dioses olímpicos, Hermes y Artemisa, a costa de las ciudades griegas.

Existen N ciudades en la antigua Grecia, cada una de las cuales se encuentra en una posición distinta (x, y) del plano. Artemisa comienza eligiendo un punto cualquiera del plano. Ese punto no necesariamente debe tener coordenadas enteras, y puede o no tener una ciudad. A continuación, Hermes trazará cualquier línea recta que desee, pero que pase por el punto elegido por Artemisa, y lanzará sobre la misma un rayo destructor, borrando del mapa todas las ciudades griegas por las cuales la línea recta pase. Finalmente, las restantes ciudades quedan divididas en dos grupos por la línea recta, según de qué lado de la misma se encuentran.

La apuesta de Hermes es que será capaz de lanzar el rayo destructor, de tal forma que uno de los dos grupos tenga más ciudades que el otro. Si ambos tienen la misma cantidad, es Artemisa quien gana.

Artemisa acepta la apuesta, y necesita tu ayuda para encontrar algún punto del plano que le asegure ganar la apuesta, sin importar el rayo que elija Hermes.

Debes escribir una función que dados los N puntos del plano con las ciudades, encuentre algún punto (x, y) que Artemisa pueda elegir para ganar, o determine que esto es imposible.

Descripción de la función

Debes implementar la función `apuesta(x, y)`, que recibe:

- x, y : Arreglos de N enteros cada uno. Para cada i entre 1 y N inclusive, el i -ésimo punto tiene coordenadas $(x[i - 1], y[i - 1])$.

La función debe retornar un arreglo de *double* (valor decimal punto flotante) de longitud dos, con dos valores x e y , las coordenadas del punto encontrado para que Artemisa gane la apuesta.

Si no existe ningún punto con el cual Artemisa pueda ganar, se debe retornar un arreglo vacío.

Para permitir pequeños errores en los cálculos, una respuesta no vacía se considerará correcta, si existe algún punto válido para que Artemisa gane la apuesta a una distancia menor o igual que $\frac{1}{1000}$ del punto retornado por la función.

Evaluador

El evaluador local lee de la entrada estándar con el siguiente formato:

- En la primera línea, un entero N
- N líneas más: la i -ésima contiene dos enteros x_i y y_i , las coordenadas de esa ciudad griega.

El evaluador local escribe a la salida estándar la respuesta devuelta por la función.

Cotas

- $3 \leq N \leq 100.000$
- $-500.000 \leq x[i], y[i] \leq 500.000$
- $(x[i], y[i]) \neq (x[j], y[j])$ si $i \neq j$

Ejemplo

Si se invoca al evaluador con la siguiente entrada:

```
3
2 0
1 0
0 0
```

Para un programa correcto, una posible salida sería:

```
1.0000 0.0001
```

Con la siguiente entrada:

```
3
0 1
1 0
0 0
```

Para un programa correcto, la salida será:

```
VACIO
```

Y con la siguiente entrada:

```
4
0 1
1 0
1 1
0 0
```

Una salida válida podría ser:

```
0.5000 0.5000
```

Subtareas

1. $N = 3, -1.000 \leq x[i], y[i] \leq 1.000$ (6 puntos)
2. Si algún punto funciona, entonces el punto $(0, 0)$ funciona. (9 puntos)
3. N es impar (16 puntos)
4. Si algún punto funciona, entonces existe una solución con coordenadas enteras. (14 puntos)
5. $N \leq 30$ (8 puntos)
6. $N \leq 100$ (8 puntos)
7. $N \leq 1000$ (8 puntos)
8. $-1.000 \leq x[i], y[i] \leq 1.000$ (13 puntos)
9. Sin más restricciones (18 puntos)