

## Minimizando una medida de desvío

Contribución de Melanie Sclar

### Descripción del problema

Una medida muy utilizada en estadística es la mediana de los desvíos absolutos, o MAD por su denominación en inglés (Median Absolute Deviation).

Para este problema, se considera una muestra formada por  $N$  enteros  $x_0, x_1, \dots, x_{N-1}$  **distintos**. La cantidad de enteros  $N$  será siempre **impar**, es decir  $N = 2k + 1$  para cierto entero positivo  $k$ .

Para un cierto valor  $t$ , el *desvío absoluto* de  $x_i$  respecto a  $t$  es simplemente el valor absoluto de la diferencia, es decir,  $|x_i - t|$ .

La MAD de toda la muestra respecto a  $t$  se define como la **mediana** de los  $n$  desvíos absolutos respecto a  $t$ . Es decir, si se calculan los  $N$  desvíos  $|x_0 - t|, |x_1 - t|, \dots, |x_{N-1} - t|$  y **se ordenan** de menor a mayor, la MAD justamente se define como el desvío que queda justo en el medio de menor a mayor, es decir, el  $\frac{N-1}{2}$ -ésimo contando desde  $0$ .

Por ejemplo para una muestra con  $N = 3$ ,  $x_0 = 10$ ,  $x_1 = 12$ ,  $x_2 = -2$ :

- La MAD respecto de  $t = 4$  es **6**. Ya que los desvíos absolutos respecto a  $4$  son  $|x_0 - 4| = 6$ ,  $|x_1 - 4| = 8$ ,  $|x_2 - 4| = 6$ . Ordenados de menor a mayor son **6, 6, 8** y la mediana entre ellos es **6**.
- Para la misma muestra, la MAD respecto de  $t = 11$  es **1**. Ya que los desvíos absolutos respecto a  $11$  son  $|x_0 - 11| = 1$ ,  $|x_1 - 11| = 1$ ,  $|x_2 - 11| = 13$ . Ordenados de menor a mayor son **1, 1, 13** y la mediana entre ellos es **1**.

Dada una muestra de  $N$  números, debes escribir una función que calcule un valor **entero**  $t$  respecto al cual la MAD de la muestra sea mínima. Es decir, la función debe encontrar y retornar un **entero**  $t$  para que la mediana de los desvíos absolutos respecto a  $t$  sea lo más chica posible.

### Descripción de la función

Debes implementar la función  $\text{mad}(x)$ , que recibe un único parámetro  $x$ : un arreglo de  $N$  enteros  $x_i$  correspondientes a los valores de la muestra.

La función debe retornar un único entero: el valor  $t$  explicado anteriormente.

Si existe más de un valor  $t$  posible, cualquiera de ellos será aceptado.

### Evaluador

El evaluador local lee de la entrada estándar con el siguiente formato:

- Primera línea: un entero  $N$
- Segunda línea: los enteros  $x_i$

El evaluador local escribe a la salida estándar la respuesta retornada por la función.

### Restricciones

- $3 \leq N \leq 200.000$
- $-10^9 \leq x_i \leq 10^9$
- $N$  es impar
- $x_i \neq x_j$  para  $i \neq j$

**Ejemplo**

Si se invoca al evaluador con la siguiente entrada:

3
10 12 -2

Para un programa correcto, la salida será:

11
----

Si en cambio la entrada es:

5
1 2 3 5 4

Para un programa correcto, la salida podría ser:

2
---

Pero  $t = 3$  o  $t = 4$  serían en este último caso respuestas igual de válidas, ya que respecto a cualquiera de esos valores de  $t$  se obtiene el mínimo posible valor de la MAD en este caso, que es 1.

**Subtareas**

1.  $N = 3$  y  $|x_i| \leq 100$  (5 puntos)
2.  $N = 3$  (7 puntos)
3.  $|x_i| \leq 500$  (6 puntos)
4.  $N \leq 100$  (10 puntos)
5.  $N \leq 1500$  (22 puntos)
6. Sin más restricción (50 puntos)